Известия Воронежского государственного педагогического университета. 2026. № 3 (312). С. 119–124.
Izvestia Voronezh State Pedagogical University. 2026. (3), 119–124.

Научная статья
УДК 372.853
DOI: 10.47438/2309-7078_2026_3_119.

НАСКОЛЬКО БЕСКОНЕЧНО ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ У КРАЯ ЗАРЯЖЕННОЙ ПЛАСТИНЫ? МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ

Михаил Владимирович Гольдфарб[1], Юрий Александрович Померанцев[2], Елена Игоревна Свиридова[3]

Воронежский государственный педагогический университет[1, 2, 3]
Воронеж, Россия

[1] *Кандидат физико-математических наук, доцент кафедры общей физики, ORCID ID: 0009-0005-5566-2516, тел.: (473) 255-47-22, e-mail: goldfarb.mikhail@gmail.com*
[2] *Кандидат физико-математических наук, доцент кафедры общей физики, ORCID ID: 0009-0007-3827-9691, тел.: (473) 255-47-22, e-mail: pomerant_yu@mail.ru*
[3] *Кандидат педагогических наук, доцент кафедры информатики, информационных технологий и цифрового образования, ORCID ID: 0009-0006-8549-2332, тел.:(473) 255-07-45, e-mail: sei_19@mail.ru*

Аннотация. Рассмотрена учебная задача об особенностях электрического поля равномерно заряженной тонкой пластины. Проблемная ситуация создается противоречием между известным фактом расходимости поля на краю заряженного диска и отсутствием в учебной литературе его математических подробностей и физического осмысления. Для разрешения проблемы на практическом занятии вначале качественными методами подтверждается факт расходимости и выясняется ее математический характер. Затем анализ повторяется для пластины малой, но конечной толщины h. С уменьшением h и ростом размера пластины поле у ее края растет неограниченно, но логарифмически медленно. Физические последствия этого обстоятельства, в том числе невозможность получения действительно сильных полей на краю реальной пластины, обсуждаются в заключительной части занятия. В помощь преподавателю вычислено точное значение поля на боковой поверхности однородно заряженного цилиндра.

Ключевые слова: обучение физике в вузе, методика преподавания физики, электростатика, электрическое поле, заряженная пластина, заряженный диск, заряженный цилиндр

Для цитирования: *Гольдфарб М.В., Померанцев Ю. А., Свиридова Е. И.* Насколько бесконечно электрическое поле у края заряженной пластины? Методические аспекты // Известия Воронежского государственного педагогического университета. 2026. № 3. С. 119–124. DOI: 10.47438/2309-7078_2026_3_119.

Введение

При изучении темы «Электростатика» как в школе, так и в вузе важное значение имеет формирование у обучающихся представления о структуре электростатического поля, создаваемого распределением зарядов с типовой геометрией.

База всей школьной электростатики — поле точечного заряда, с напряженностью

$$E_0 = k\frac{q}{r^2}, \qquad (1)$$

где q — величина заряда, r — расстояние от него, $k = 9\cdot10^9\ \text{Н}\cdot\text{м}^2/\text{Кл}$. Формально-математически оно сингулярно при $r = 0$. Но и реально-физически поле (1) может стать настолько сильным, что классическая электродинамика, в лице той же формулы (1), перестанет адекватно описывать реальность. Например, характерные поля, создаваемые атомным ядром ($q \sim 10^{-17}$ Кл) в пределах атома ($r \sim 10^{-10}$ м), достигают~10^{11} В/м даже с учетом ослабления противоположно заряженными электронами атома. Этого еще не хватает для прямого рождения электрон-позитронных пар из вакуума [6], но уже достаточно, чтобы рождение пар было одним из основных механизмов потерь энергии гамма-излучения в веществе [8]. В классической электродинамике такие явления невозможны, здесь она выходит за пределы своей применимости. Индикатором такого выхода в физике считается появление в теории бесконечных величин, так что с классической точки зрения электрическое поле (1) вблизи атомного ядра реально бесконечно.

Вторая типовая геометрия источника поля — бесконечная заряженная нить. Она также хорошо знакома студентам физфаков и школьникам физико-математических классов. Поле нити, как и поле точечного заряда, неограниченно растет с уменьшением

© Гольдфарб М.В., Померанцев Ю. А., Свиридова Е. И., 2026

расстояния r, хотя и не так быстро, обратно пропорционально *первой* степени r:

$$E_1 = 2k\frac{\lambda}{r}, \qquad (2)$$

где λ — линейная плотность заряда нити. К тому же радиус даже самой тонкой реальной нити многократно больше размера атома. Поэтому в физической реальности поле нити поляризовать вакуум уже не способно. А вот для лавинной ионизации окружающей среды в газоразрядных приборах типа счетчика Гейгера его вполне хватает. В этом смысле математическая особенность при $r = 0$ поля (2) одномерного заряда вполне реальна физически.

Естественным и потому необходимым завершением ряда типовых геометрий «тонких» (имеющих по крайней мере одно измерение нулевой протяженности) источников электростатического поля служит заряженная пластина. Однако подавляющее большинство университетских (и, тем более, школьных) учебных изданий ограничивается рассмотрением *бескрайней* плоскости, в то время как физически более интересно поведение поля именно *у края* пластины. Причина понятна. Точка, прямая, плоскость — высокосимметричные геометрические объекты. Порождаемые ими электростатические поля имеют простую структуру и легко вычисляются с помощью интегральной теоремы Гаусса — настолько легко, что ради этого теорему Гаусса дают даже в некоторых школьных учебниках физики [2,4], хотя стоящая за ней математика совсем не школьная. Для студентов физфаков владение математическим анализом (и не только теоремой Гаусса) является, в идеале, обязательным элементом подготовки, дающим возможность рассчитывать и понимать структуру произвольных полей. Однако и вузовские учебные пособия придерживаются установки «искать там, где светло», рассматривая почти исключительно высокосимметричные ситуации вроде задач о напряженности (потенциале) поля на оси заряженного кольца (диска) или на срединном перпендикуляре к заряженному стержню.

В настоящей работе представлены результаты методико-физической разработки практического занятия по университетскому курсу общей физики, посвященного низкосимметричной задаче об электростатическом поле у края тонкой заряженной пластины. Задача нетривиальна как физически, так и математически и представляет не только методический, но и прикладной интерес. Работа студентов над ней способствует эффективному развитию физической интуиции и формированию продвинутых вычислительных навыков.

Постановка задачи

Рассматриваем тонкую плоскую пластину, по которой равномерно, с плотностью σ Кл/м^2, распределен электрический заряд. Размеры пластины принимаем конечными, для уверенности, что особенности электрического поля у ее края обусловлены именно малой толщиной, а не бесконечной протяженностью. По той же причине край пластины должен быть плавным, без углов, которые сами по себе способны приводить к особенностям поля. Материал считаем диэлектриком, поскольку на проводящей пластине сторонние заряды, отталкиваясь друг от друга, неизбежно сконцентрируются у ее краев, так что однородное распределение заряда обеспечить не удастся. Наконец, нам не очень интересна зависимость поля от конкретной формы пластины, поэтому форму берем простейшую — диск[1] радиуса R. Требуется выяснить, как ведет себя электрическое поле у поверхности диска, в первую очередь, у его края.

Единственное общедоступное учебное издание, где рассматривается электрическое поле заряженного диска **не** на его оси — это «Берклеевский курс физики» [5, п.2.6]. Там сказано, что:

— в общем случае потенциал поля вне оси симметрии описывается эллиптическими интегралами (без вывода и представления в явном виде);

— электрический потенциал на краю диска конечен и равен $4k\sigma R$ (с детальным выводом);

— нормальная к диску составляющая напряженности поля у его поверхности везде в пределах диска совпадает с полем бесконечной плоскости $E_2 = 2\pi k\sigma$ (с выводом по теореме Гаусса);

— радиальная составляющая напряженности поля на краю диска становится бесконечной (без вывода и каких-либо подробностей).

Последнее утверждение выглядит наиболее интригующе и благодаря этому создает благоприятную проблемную ситуацию для обсуждения задачи о диске со студентами на практическом занятии по курсу общей физики. В обсуждении можно выделить три основных этапа:

1) полуколичественный анализ напряженности электрического поля на краю диска с целью установить факт и характер расходимости поля;

2) выяснение физической реалистичности обнаруженной на этапе 1 математической особенности поля;

3) точный количественный расчет поля в пределах диска.

Наиболее важным и нетривиальным представляется этап 2, на котором студентам предлагается повторить, уже знакомым путем, расчеты этапа 1, но уже не для диска, а для цилиндра высоты $h << R$, посмотреть, как ведут себя результаты при $h/R \to 0$, и на этом основании сделать вывод о реалистичности достижения экстремальных значений напряженности поля на краю пластины. При наличии времени и желания (или в качестве задания к домашней/самостоятельной работе) этапы 1 и 2 можно повторить и для задачи о проводящем диске. Разница будет состоять в том, что на проводящем диске весь сторонний заряд распределится не по объему или поверхности, а по окружности диска. Третий этап может выполняться или нет, по усмотрению преподавателя. Однако сам преподаватель, безусловно, должен представлять технику такого, далеко не элементарного, расчета, и к чему тот приводит. С этой целью в настоящей работе мы покажем узловые моменты расчета и приведем конечные результаты в компактной форме.

Качественный анализ электрического поля у края пластины

Нас интересует, прежде всего, радиальная составляющая напряженности поля на краю диска (цилиндра), $E_r(R)$. Именно она отвечает за сингулярность; нормальная к диску компонента, как следует из [5], расходимостей не имеет. Готовых формул для E_r в нашей геометрии в литературе нет, теорема Гаусса

[1] В настоящей работе под *диском* понимается круглая пластина *нулевой* толщины. Если толщина не нулевая, пусть даже она очень мала по сравнению с радиусом, мы будем говорить о *цилиндре*.

неприменима ввиду низкой симметрии задачи. Поэтому E_r (R) вычисляем, используя основную идею математического анализа: если слона не удается проглотить целиком, его следует нарезать маленькими кусочками. По стандартной процедуре, подлежащей овладению студентами, мысленно нарезаем диск на плоские участки, малые по сравнению с расстоянием до точки наблюдения А (в нашем случае лежащей на краю диска), поле от каждого участка вычисляем по закону Кулона (1), а полную напряженность поля в точке А получаем векторным суммированием полей от всех участков диска.

Может показаться, что проще было бы работать не с напряженностями (векторы!), а с потенциалами (скаляры). Однако для исследования *особенностей* поля потенциал не очень удобен методически. Во-первых, на краю диска он, в отличие от напряженности, конечен — а стержнем нашей проблемной ситуации служит именно сингулярность. Во-вторых, чтобы вычислить напряженность поля, надо знать потенциал не только в точке наблюдения, но и в ее окрестности — то есть, не только на краю диска. А такая задача оказывается вычислительно не менее сложной, чем прямой расчет *вектора* напряженности.

Расчет напряженности поля методом поедания слона по кусочкам упрощается, если эти кусочки (физически точечные заряды) группировать в более крупные объекты оптимальным образом. В нашем случае разумно объединить их в тонкие концентрические дуги с центром в точке наблюдения А (рис. 1). Из соображений симметрии, поле $d\vec{E}_{\text{A}}$, создаваемое каждой такой дугой в точке А, направлено вдоль радиуса ОА. Все элементы такой дуги находятся на одинаковом расстоянии r от точки наблюдения, так что напряженности создаваемых ими полей различаются только направлением, но не абсолютной величиной. Расчет величины dE_{A} — задача из стандартных задачников (например, 2.11 из [3]), ответ к которой имеет вид:

$$dE_{\text{A}}(r) = 2k\sigma\, dr \frac{\sin\varphi(r)}{r}, \qquad (3)$$

где φ — угол полураствора дуги, а $\sigma\, dr$ — заряд, приходящийся на единицу длины дуги толщиной dr.

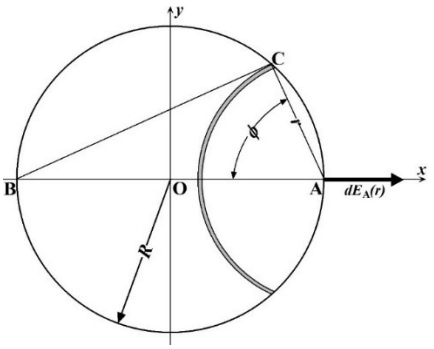


Рис. 1. Разбиение заряженного диска на дуги для расчета напряженности поля на краю диска

Полезно обратить внимание студентов, что для дуги малого (по сравнению с R) радиуса $\sin\varphi \to 1$, так что результат (3) фактически совпадает с хрестоматийной формулой (2) для поля *бесконечной* прямолинейной нити. Физический смысл такого совпадения ясен: поле нити на расстоянии r от нее создается в основном ближайшим к точке наблюдения участком нити длиной порядка r. Понимание этого может пригодиться при анализе поля, создаваемого заряженным *проводящим* диском, да и в других контекстах.

Вернемся к нашему диэлектрическому диску. Полное поле в точке А получается интегрированием (3) по всем r от 0 до $2R = D$. На нижнем пределе интеграл расходится: $E_{\text{A}}(r \to 0) \sim |\ln r| \to \infty$. Таким образом, *математически* напряженность поля у края диска действительно обращается в бесконечность, хотя и логарифмически медленно. В физическом фольклоре есть, однако, пословица: «Курица не птица, логарифм не функция». Чтобы продемонстрировать ее справедливость студентам, слегка изменим задачу, придав диску малую, но конечную толщину h. Диск при этом становится цилиндром, а участки, на которые мы его мысленно разбивали для вычислений, — стержнями, упакованными наподобие ватных палочек в банке (рис. 2).

Согласно классическому задачнику [3, задача 2.18], стержень длиной $h = 2a$, по которому равномерно распределен заряд q, на своем срединном перпендикуляре создает электрическое поле напряженностью

$$E_{\text{bar}} = k\frac{q}{r\sqrt{r^2 + a^2}}\ . \qquad (4)$$

При переходе от диска к цилиндру дуга с рис. 1 превращается во что-то вроде *скутума*, древнеримского полуцилиндрического щита. Создаваемое им поле посередине боковой поверхности цилиндра отличается от поля дуги (3) тем же, чем (4) отличается от (1):

$$dE_{\text{A}}(r) = 2k\sigma\, dr \frac{\sin\varphi(r)}{\sqrt{r^2 + a^2}}\ . \qquad (5)$$

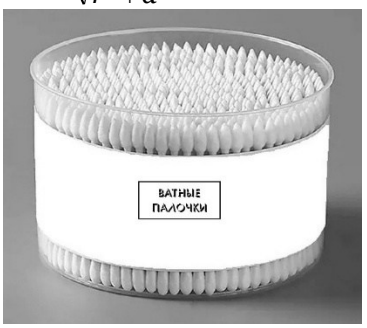


Рис. 2. Идея разбиения диска конечной толщины на бесконечно малые элементы

При интегрировании (5) расходимость уже не возникает. Если считать цилиндр очень плоским ($a << R$), всю область интегрирования удобно разбить на три интервала:

1) $r < a$, где подынтегральную функцию в (5) можно считать практически константой $2k\sigma/a$;

2) $a < r < R$, где $\sin\varphi$ не слишком отличается от единицы, и потому $dE_{\text{A}} \approx 2k\sigma\, dr/r$;

3) $R < r < 2R$, где $\sin\varphi$ начинает быстро уменьшаться, и потому $dE_{\text{A}} < 2k\sigma\, dr/r$.

Вклад от первого интервала, $E_{\text{A}}^{(1)}$, в полное поле в точке A составляет примерно $2k\sigma$, независимо от *a*. Вклад $E_{\text{A}}^{(2)}$ от второго интервала побольше:

$$E_{\text{A}}^{(2)} \approx 2k\sigma \ln\left(\frac{R}{a}\right). \qquad (6)$$

Именно он, в основном, определяет величину полного поля. Вклад от третьего интервала, $E_{\text{A}}^{(3)}$, заметно меньше как $E_{\text{A}}^{(1)}$, так и $E_{\text{A}}^{(2)}$, и играет роль непринципиальной поправки.

Далее необходимо провести со студентами физическое обсуждение полученных математических результатов. Основные направления обсуждения примерно таковы.

1. Формально при $a \to 0$ вклад $E_{\text{A}}^{(2)}$ в напряженность поля на средней линии цилиндра действительно становится бесконечным. Однако из-за того, что «логарифм не функция», в физической реальности получить действительно большие поля не получится. Например, если отношение высоты цилиндра к его радиусу $h : R = 1 : 100$, множитель $\ln(R/a)$ в (6) равен всего лишь примерно 5. И даже если взять моноатомный слой (например, графена) толщиной 3 Å и сантиметровой протяженности, это увеличит $\ln(R/a)$ максимум еще раза в четыре.

2. Вклад $E_{\text{A}}^{(3)}$ незначителен, несмотря на то, что происходит от львиной доли площади и, соответственно, заряда пластины. Поэтому точная форма пластины не очень важна: поле на ее краю определяется в основном ее толщиной и плавностью изгиба края *вблизи данной точки*.

3. С увеличением радиуса цилиндра (при сохранении его высоты $h = 2a$ и плотности распределения заряда σ) вклады в поле E_{A} на его краю от первого и третьего интервалов не меняются, а вот вклад $E_{\text{A}}^{(2)}$ (6) растет и при $R \to \infty$ становится бесконечно большим при *любом h*. Это означает, что расходимость поля на краю заряженной пластины может быть обусловлена двумя *независимыми* причинами: малой толщиной и/или большой протяженностью пластины. Расходимость в обоих случаях логарифмическая. Это осложняет выяснение ее главной причины и гарантирует невозможность реального достижения экстремальных значений напряженности.

4. При $R \to \infty$ край пластины становится прямолинейным, и мы приходим к задаче о поле заряженной *полуплоскости*. Ее удобнее рассматривать как предел при $d \to \infty$ задачи о поле на краю заряженной полосы шириной *d*, и решать, разбивая полосу на нити и применяя формулу (2) или, по аналогии с (4), ее модификацию для *ленты* конечной ширины 2*a*. Легко сообразить даже без особых вычислений, что конечный результат будет отличаться от (6) лишь заменой *R* на *d*. Отсюда следует, например, что поле у полукруглого выступа на краю в остальном прямолинейной заряженной полосы будет определяться шириной полосы *d*, если *d* гораздо больше размера выступа, и радиусом *R* кривизны выступа в противоположном случае.

5. Поскольку ведущий вклад (6) в поле на краю заряженной пластины не подавляюще велик по сравнению с вкладами от остальных областей, для получения численных оценок напряженности поля на краю пластины не обойтись без точного интегрирования (5).

Точные результаты

На рис. 1 вписанный в окружность угол ACB опирается на диаметр AB = *D* и потому должен быть прямым. Тогда $\sin\varphi(r) = \sqrt{1-(r/D)^2}$. Подставляя это в (5) и интегрируя по *r* от 0 до *D*, для полного поля E_{A} посередине боковой поверхности цилиндра получаем:

$$E_{\text{A}} = 2k\sigma\, I(\eta) \quad , \quad \text{где} \quad \eta = \frac{a}{D} = \frac{h}{4R} \quad ,$$
$$I(\eta) = \int_0^1 du \sqrt{\frac{1-u^2}{\eta^2+u^2}} \, . \qquad (7)$$

В элементарных функциях интеграл $I(\eta)$ не берется, но через функции специальные выражается очень компактно, если сделать подстановку $u^2 = 1-\xi^2$:

$$I(\eta) = \kappa \int_0^1 \frac{\xi^2 d\xi}{\sqrt{1-\xi^2}\sqrt{1-\kappa^2\xi^2}} = \kappa\, \mathbf{D}(\kappa) = \frac{\mathbf{K}(\kappa) - \mathbf{E}(\kappa)}{\kappa} \, , \qquad (8)$$

где **K**, **E**, **D** — полные эллиптические интегралы первого, второго и третьего рода соответственно ([1], пп.8.111 и 8.112), а

$$\kappa = \frac{1}{\sqrt{1+\eta^2}} = \frac{D}{\sqrt{D^2+a^2}} \, . \qquad (9)$$

Результаты (7) – (9) справедливы для цилиндра с произвольным соотношением *h* и *R* (*a* и *D*). Например, если *h*>>*R* (тонкий длинный прямой провод), $\kappa \to D/a << 1$, и мы можем воспользоваться разложением **D**(κ) по степеням κ^2 ([1], п. 8.115). Ведущий член этого разложения равен $\pi/4$, что при подстановке в (8) и (7) воспроизводит, естественно, результат (2) для поля бесконечной нити при *r* = *R*. Другой интересный случай возникает, когда $D = 2a$ (цилиндр, в который можно вписать шар радиуса *a*). Вычисляя значение **D**(κ) с помощью таблиц или аппроксимирующих многочленов [7], получаем, что в этом случае $E_{\text{A}} \approx 2{,}4k\sigma$, или 38 % от напряженности поля бесконечной заряженной плоскости $E_2 = 2\pi k\sigma$. Но нас больше интересует поле у края *диска*, то есть предел $a/D << 1$. В этом пределе параметр $\kappa \to 1$, и потому удобнее использовать разложения ([1], пп. 8.113.3 и 8.114.3) эллиптических интегралов **K** и **E** по величине отличия κ от единицы, то есть по параметру

$$\kappa' = \sqrt{1-\kappa^2} = \frac{\eta}{\sqrt{1+\eta^2}} \to \frac{a}{D} \, . \qquad (10)$$

Отбрасывая в этих разложениях члены со второй и более высокими степенями κ', получаем асимптотику $I(\eta) \approx \ln(4/\mathrm{e}\eta)$. Таким образом, поле на краю тонкой круглой пластины:

$$E_{\text{A}} \approx 2k\sigma \ln\frac{4D}{\mathrm{e}a} = \frac{1}{\pi}\left(4\ln 2 - 1 + \ln\frac{R}{h}\right)E_2 . \qquad (11)$$

Поскольку нормальная к пластине составляющая напряженности везде, кроме краевой области шириной порядка h, совпадает с полем E_2 бесконечной плоскости [5], для численных оценок удобно ввести «коэффициент усиления»

$$f = \left.\frac{E_A}{E_2}\right|_{h<<R} = 0{,}564 + 0{,}733 \lg_{10} \frac{R}{h}, \qquad (12)$$

показывающий, во сколько раз поле на краю круглой пластины сильнее поля у ее центра (где, в силу симметрии, радиальная составляющая напряженности обращается в нуль). Для уже обсуждавшихся пропорций $h:R = 1:100$ величина f составляет лишь 2,03. Это всего на 20 % больше оценки (6) основного вклада в E_A, тем самым подтверждая как ее справедливость, так и невозможность получить действительно сильные поля у края даже очень тонкой пластины.

Выводы

Задача об электрическом поле у края заряженной тонкой пластины оказывается нетривиальной как математически, так и физически. Видимо, именно поэтому она практически не представлена в учебной литературе. Но потому же ее разбор на практическом занятии эффективен для формирования математических навыков и физического мышления у студентов физических и технических специальностей.

Математически напряженность поля на краю тонкой пластины действительно может стремиться к бесконечности. Однако при этом потенциал везде остается конечным, а скорость роста напряженности с уменьшением толщины и/или увеличением размера пластины настолько мала, что получить действительно сильные поля оказывается невозможным. «Коэффициент усиления» поля пластиной физически реализуемых габаритов не превышает нескольких единиц.

Представленный в работе подход может быть использован применительно и к другим учебно-исследовательским физическим задачам — например, о поле на краю заряженного проводящего диска или о распределении радиальной составляющей напряженности поля по поверхности диэлектрического диска.

Конфликт интересов

Авторы декларируют отсутствие явных и потенциальных конфликтов интересов, связанных с публикацией настоящей статьи.

Библиографический список

1. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М., 1963. 1100 с.
2. Грачёв А.В., Погожев В.А., Салецкий А.М., Боков П.Ю. Физика. 10 кл. Базовый и углубленный уровни. М., 2018. 464 с.
3. Иродов И.Е. Задачи по общей физике. М., 2012. 431 с.
4. Мякишев Г.Я., Синяков А.З., Слободсков Б.А. Физика. Электродинамика. 10–11 кл. Профильный уровень. М., 2010. 476 с.
5. Парселл Э. Электричество и магнетизм (Берклеевский курс физики. Т. II). М., 1983. 416 с.
6. Смолянский С.А. Вакуумное рождение частиц в сильных электромагнитных полях // Соросовский образовательный журнал. 2001. №2. С. 69 75.
7. Справочник по специальным функциям / под ред. М. Абрамовица, И. Стиган. М., 1979. 832 с.
8. Черняев А.П. Взаимодействие ионизирующего излучения с веществом. М., 2004. 152 с.

References

1. Gradshteyn, I.S., Ryzhik I.M. (2007) *Table of Integrals, Series, and Products*. Amsterdam e.a., Academic Press. 1172 p.
2. Grachyov, A.V., et al. (2018) *Fizika. 10 kl. Basovyj I uglublyonnyj urovni* [Physics. 10th Grade. Basic and Advanced Levels]. Moscow, Ventana-Graf Publ. 464p. (In Russian)
3. Irodov, I.E. (1988) *Problems in General Physics*. Moscow, Mir Publ. 387 p.
4. Myakishev, G.Ya., Sinyakov A.Z., Slobodskov B.A. (2010) *Fizika. Elektrodinamika. 10–11 kl. Profil'nyj uroven'* [Physics. Electrodynamics. 10th to 11th Grades. Advanced Level]. Moscow, Drofa Publ. 476 p. (In Russian)
5. Purcell, E.M., Morin D.J. (2013) *Electricity and Magnetism*. N.Y., Cambridge Univ. Press. 839 p.
6. Smolyansky, S.A. (2001) *Vakuumnoe rozhdenie chastits v sil'nykh elektromagnitnykh polyakh* [Generation of particles in vacuum in presence of strong electromagnetic fields] *Sorosovskij obrazovatel'nyj zhurnal*. 2(7), 69 75. (In Russian)
7. Abramowitz M., Stegun I.A. (Eds) (1965) *Handbook of Mathematical Functions*. N.Y., DoverPublications Inc. 1046 p.
8. Chernyaev, A.P. (2004) *Vzaimodejstvie ioniziruyuschego izlucheniya s veschestvom* [Interaction of ionizing radiation with matter] Moscow, Fizmatlit Publ. 152 p. (In Russian)

Поступила в редакцию 30.04.2026
Подписана в печать 30.09.2026

Original article
UDC 372.853
DOI: 10.47438/2309-7078_2026_3_119.

HOW INFINITE IS ELECTRIC FIELD AT THE EDGE OF A CHARGED PLATE? METHODOLOGICAL ASPECTS

Mikhail V. Goldfarb[1], Yuri A. Pomerantsev[2], Elena I. Sviridova[3]

Voronezh State Pedagogical University[1, 2, 3]
Voronezh, Russia

[1]*Cand. Phys. and Math. Sci., Docent of the Department of General Physics, ORCID ID: 0009-0005-5566-2516, tel.: (473) 255-47-22, e-mail: goldfarb.mikhail@gmail.com*
[2]*Cand. Phys. and Math. Sci., Docent of the Department of General Physics, ORCID ID: 0009-0007-3827-9691, tel.: (473) 255-47-22, e-mail: pomerant_yu@mail.ru*
[3]*Cand. Pedagog. Sci., Docent of the Department of Computer Science, Information Technology and Digital Education, ORCID ID: 0009-0006-8549-2332, tel.: (473) 255-07-45, e-mail: sei_19@mail.ru*

Abstract: A learning problem of peculiarities of the electric field of a homogeneously charged thin plate is considered. The problem situation arises from the contradiction between the known fact of field divergence at the edge of a charged disk and the lack of its mathematical details and physical comprehension in the textbooks. To begin with resolving the problem in a practical lesson, the divergence is reaffirmed and its mathematical nature is specified with qualitative methods. The analysis is then repeated for a plate of small but finite thickness h. As h decreases and the plate size increases, the field at its edge grows indefinitely but logarithmically slow. The physical consequences of this circumstance, including the impossibility to obtain actually strong fields at the edge of a real plate, are discussed in the final part of the lesson. To assist the teacher, the exact value of the field at the lateral surface of a homogeneously charged cylinder is calculated.

Key words: teaching physics in the university, methodology of teaching physics, electrostatics, electric field, charged plate, charged disk, charged cylinder

Cite as: Goldfarb, M.V., Pomerantsev, Yu.A., Sviridova, E.I. (2026) How infinite is electric field at the edge of a charged plate? Methodological aspects. *Izvestia Voronezh State Pedagogical University*. (3), 119–124. (In Russ., abstract in English). DOI: 10.47438/2309-7078_2026_3_119.

Received 30.04.2026
Accepted 30.09.2026